

KRISTALLARNING TASHQI TA'SIRLAR OSTIDAGI MAGNIT VA MAGNITOOPTIK XUSUSIYATLARI

Jumayev Olamgir Jahongir o'g'li

Buxoro davlat universiteti fizika kafedrası laboranti

olamgirjumayev@gmail.com

Avezov Ismoil Yoshuzoqovich

Buxoro davlat universiteti doktranti, Buxoro, O'zbekiston

ismoil.avezov.yoshuzoqovich@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada kristallarning tashqi magnit va elektr maydonlar, temperatura, bosim hamda mexanik kuchlanish ostidagi magnit va magnitooptik javobi nazariy-uslubiy tahlil qilinadi. Magnitlanish, magnit qabul qiluvchanlik va kompleks dielektrik tenzor mikroskopik Hamiltonian hamda termodinamik hosilalar orqali ifodalanadi. Faraday, Kerr va Voigt effektlarining formulalari ularning amal qilish shartlari bilan keltiriladi. Magnitoelastik va fotoelastik bog'lanishlar kvadratik optik javobda samarali koeffitsiyent hosil qilishi ko'rsatiladi. Parametrlarni mustaqil aniqlash uchun magnitometriya, spektroskopiya, polarimetriya va deformatsiya o'lchovlarini birgalikda tahlil qilish, sezgirlikni baholash hamda noaniqliklarni hisoblash mezonlari beriladi. Natijalar umumiy nazariy munosabatlar va o'lchov usullaridan iborat; tajribaviy sonli ma'lumotlar keltirilmaydi.

Kalit so'zlar: kristall simmetriyasi, magnit anizotropiya, kristall maydoni, magnitoelastiklik, Faraday effekti, Kerr effekti, Voigt effekti, dielektrik tenzor, teskari masala, identifikatsiya.

Аннотация: В статье представлен теоретико-методический анализ магнитного и магнитооптического отклика кристаллов на внешние магнитные и электрические поля, температуру, давление и механические напряжения. Намагниченность, магнитная восприимчивость и комплексный тензор диэлектрической проницаемости выражены через микроскопический гамильтониан и термодинамические производные. Формулы эффектов Фарадея, Керра и Фойгта приведены с условиями их применимости. Показано, что магнитоупругие и фотоупругие взаимодействия формируют эффективный коэффициент квадратичного оптического отклика. Для независимого определения параметров предложены критерии совместного анализа магнитометрических, спектроскопических, поляриметрических измерений и измерений деформации, оценки чувствительности и расчёта неопределённостей. Результаты представлены общими теоретическими соотношениями и методами измерений; численные экспериментальные данные не приводятся.

Ключевые слова: симметрия кристалла, магнитная анизотропия, кристаллическое поле, магнитоупругость, эффект Фарадея, эффект Керра, эффект Фойгта, тензор диэлектрической проницаемости, обратная задача, идентификация.

Abstract: This article presents a theoretical and methodological analysis of the magnetic and magneto-optical response of crystals to external magnetic and electric fields, temperature, pressure, and mechanical stress. Magnetization, magnetic susceptibility, and the complex permittivity tensor are expressed through a microscopic Hamiltonian and thermodynamic derivatives. Formulas for the Faraday, Kerr, and Voigt effects are given with their conditions of applicability. Magnetoelastic and photoelastic coupling are shown to produce an effective coefficient in the quadratic optical response. Criteria for independent parameter identification include joint analysis of magnetometry, spectroscopy, polarimetry, and strain measurements, sensitivity assessment, and uncertainty calculation. The results comprise general theoretical relations and measurement methods; no numerical experimental data are presented.

Keywords: crystal symmetry, magnetic anisotropy, crystal field, magnetoelasticity, Faraday effect, Kerr effect, Voigt effect, permittivity tensor, inverse problem, identification.

Kirish

Kristallning magnit va magnitooptik javobi energiya spektri, simmetriya hamda deformatsiyaga bog'liq. Tashqi ta'sir bu omillarni birgalikda o'zgartiradi; shu sabab optik signalni magnitlanishga mutanosib deb olish har doim asosli emas. Maqsad — javobni hisoblash va fizik parametrlarni mustaqil aniqlash formulalarini ularning amal qilish shartlari bilan tizimlashtirish.

Adabiyotlar sharhi

Kubo va Argyres javob funksiyalarining mikroskopik asosini [1, 2], Onsager qaytuvchanlik cheklovlarini beradi [3]. Antiferromagnitdagi Kerr javobi nol umumiy moment optik signal yo'qligini anglatmasligini ko'rsatadi [4]. Demagnetizatsiya, kristall maydoni va almashinish anizotropiyasi [6–8], optik tenzor va chegaraviy masala [9, 10], polarimetr kalibrlashi [11, 12] birgalikda hisobga olinadi. Parametrlarning mustaqil aniqlanishi profil usuli bilan tekshiriladi [5].

Tadqiqot usuli va fizik kattaliklarning ta'rifi

SI birliklari, $e^{-i\omega t}$ konvensiyasi va takrorlangan indekslar bo'yicha yig'ish qo'llanadi. $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$, d — qalinlik, $\mathcal{V}$ — hajm, u_{ij} — deformatsiya, σ_{ij} — mexanik kuchlanish; σ_{ij}^{opt} — elektr o'tkazuvchanlik. Bir jinsli magnitlangan ellipsoid uchun:

$$\mathbf{H}_{\text{int}} = \mathbf{H}_{\text{appl}} - \mathbf{NM}, \mathbf{B}_{\text{int}} = \mu_0(\mathbf{H}_{\text{int}} + \mathbf{M}). \quad (1)$$

$TrN = 1$, $\mathbf{M} = \mathbf{m}/V$. Prizmada (1) o'rtacha yaqinlashuv; shakl tuzatishi [6], fon va hajm noaniqligi zarur. Makroskopik ichki maydon ionning lokal maydoniga aynan teng emas.

1-jadval. Asosiy kuzatiluvchilar va ularni aniqlash shartlari

Kattalik	Fizik ta'rif va SI birligi	Bevosita ma'lumot	Zarur tuzatish
M_i	Magnit moment zichligi; Am^{-1}	Vektor yoki bo'ylama magnitometriya	Tutqich foni, hajm, orientatsiya
χ_{ij}	$\partial M_i / \partial H_j$; o'lchamsiz	Kichik maydon/AC javob	Ichki maydon; chastota va tarix
u_{ij}, σ_{ij}	Deformatsiya o'lchamsiz; kuchlanish Pa	Difraksiya, dilatometriya, yuk datchigi	Termik kengayish va qisqich ta'siri
$\varepsilon_{ij}, n, \kappa$	Kompleks nisbiy dielektrik tenzor va optik doimiylar	Ellipsometriya, o'tish va qaytish spektri	Sirt, qalinlik, ko'p qaytishlar
θ_F, η_F	Aylanish va elliptiklik; rad	Kalibrlangan polarimetriya	Oynalar, tabiiy optik faollik
V_F	Verdet koeffitsiyenti; $\text{radT}^{-1}\text{m}^{-1}$	Aylanishning maydon bo'yicha qiyaligi	Chiziqli interval va maydon ta'rifi
$\Delta n_V, \delta_V$	Magnit ikki nur sindirish va faza kechikishi	Ko'ndalang geometriyada polarimetriya	Tabiiy anizotropiya, fotoelastiklik
ρ_K	Qaytish amplitudalari nisbati; o'lchamsiz	Kerr aylanishi va elliptikligi	Tushish burchagi, sirt va qatlam modeli

Mikroskopik model va energiya spektri

Lokal momentli kristalda Stevens operatorlari tanlangan multipletga proyeksiyalanadi [7]; almashinishning simmetrik va antisimmetrik qismlari ajratiladi [8]:

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_a [\sum_{kq} B_{kq} \hat{O}_{kq}(\hat{\mathbf{J}}_a) - \hat{\boldsymbol{\mu}}_a \cdot \mathbf{B}_{\text{loc},a}] + \hat{\mathcal{H}}_{\text{ph}} + \sum_{a < b} [J_{ab} \hat{\mathbf{S}}_a \cdot \hat{\mathbf{S}}_b + \mathbf{D}_{ab} \cdot (\hat{\mathbf{S}}_a \times \hat{\mathbf{S}}_b) + \hat{\mathbf{S}}_a \cdot \boldsymbol{\Gamma}_{ab} \hat{\mathbf{S}}_b]. \quad (2)$$

Moment operatorlari $\hbar$ birliklarida o'lchamsiz; $B_{kq}, J_{ab}, D_{ab}, \Gamma_{ab}$ — energiyalar. $J_{ab} > 0$ antiferromagnit almashinishni, $\hat{\boldsymbol{\mu}} = -g_J \mu_B \hat{\mathbf{J}}$ elektron momentini bildiradi. Ruxsat etilgan k, q simmetriya bilan tanlanadi.

$$B_{kq}(\mathbf{u}, \mathbf{E}) = B_{kq}^{(0)} + b_{kq}^{ij} u_{ij} + c_{kq}^i E_i + \dots \quad (3)$$

(3) dagi elektr had simmetriya ruxsat etsa olinadi; statik deformatsiya va fonon hissasi ikki marta sanalmaydi. Cho'zilish musbat: gidrostatik bosimda $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij}$.

$$\hat{\mathcal{H}}|n\rangle = E_n|n\rangle, Z = \sum_n e^{-\beta E_n}, p_n = Z^{-1} e^{-\beta E_n}, \beta = (k_B T)^{-1}. \quad (4)$$

$$F = -k_B T \ln Z, M_i = \frac{1}{V} \sum_n p_n \langle n | \hat{m}_i | n \rangle. \quad (5)$$

$\hat{\mathbf{m}}$ — jami moment. (5) chiziqli Zeeman bog'lanishidagi muvozanatga tegishli; o'rtacha maydon yaqinlashuvi kritik korrelyatsiyalarni to'liq bermaydi.

$$\chi_{ij} = \frac{\mu_0}{V} \int_0^\beta d\lambda \langle \delta \hat{m}_i(-i\hbar\lambda) \delta \hat{m}_j(0) \rangle. \quad (6)$$

(6) izotermik chiziqli Zeeman javobidir [1]; $\delta \hat{m}_i = \hat{m}_i - \langle \hat{m}_i \rangle$. Oddiy dispersiya formulasi operator Hamiltonian bilan kommutativ bo'lganda olinadi. Maydonga kvadratik bog'lanishda kontakt/diamagnet hissa qo'shiladi.

Metallarda (2) o'rniga zona energiyalari, Bloch holatlari, Fermi bandliklari va tok operatoriga asoslangan model zarur.

Termodinamik javob va o'zaro bog'lanishlar

Vakuum energiyasi ajratilgan muhit potentsiali zichligi $g(T, \mathbf{H}, \mathbf{E}, \boldsymbol{\sigma})$, $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{int}}$ uchun:

$$dg = -sdT - \mu_0 M_i dH_i - P_i dE_i - u_{ij} d\sigma_{ij}. \quad (7)$$

$$M_i = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial g}{\partial H_i}, P_i = -\frac{\partial g}{\partial E_i}, u_{ij} = -\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \chi_{ij} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2 g}{\partial H_i \partial H_j}. \quad (8)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial H_j} = \mu_0 \frac{\partial M_j}{\partial E_i}, \frac{\partial u_{ij}}{\partial H_k} = \mu_0 \frac{\partial M_k}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (9)$$

(9) bir xil temperatura, ushlab turilgan o'zgaruvchilar va qaytuvchi muvozanat tarmog'ida bajariladi; gisterezis sakrashlariga qo'llanmaydi.

$\mathbf{q}$ barcha zarur tartib parametrlarini, jumladan antiferromagnitda Néel vektorini qamrab olsun. Tashqi x ta'sirga muvozanat javobi:

$$\frac{\partial f}{\partial q_a} = 0, K_{ab} = \frac{\partial^2 f}{\partial q_a \partial q_b}, \frac{\partial q_a}{\partial x} = -(K^{-1})_{ab} \frac{\partial^2 f}{\partial q_b \partial x}. \quad (10)$$

Barqaror cheklangan fazoda K musbat va teskarilantuvchi. Kichik xos qiymat javobni kuchaytiradi; singulyarlik yaqinida nochiziqlik va domenlar hisobga olinadi.

Magnitoelastik bog'lanishdan keladigan optik hissa

Kichik deformatsiya va harmonik elastiklikda:

$$f_{\text{el+me}} = \frac{1}{2} C_{ijkl} u_{ij} u_{kl} + \Lambda_{ijab} u_{ij} M_a M_b - \sigma_{ij} u_{ij}. \quad (11)$$

$$u_{ij}^* = S_{ijkl} (\sigma_{kl} - \Lambda_{klab} M_a M_b), \mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1}. \quad (12)$$

$$f_{\text{eff}} = f_{\text{mag}} - \frac{1}{2} (\sigma - \Lambda M M): S: (\sigma - \Lambda M M). \quad (13)$$

C — elastik qattqlik, S — moslashuvchanlik; «:» juft indekslar kontraksiyasi.

(12) erkin moslashuvchi deformatsiyalar uchun; mahkamlangan komponentlar minimallashtirilmaydi. Barqarorlik yo'qolsa, yuqori tartibli hadlar kerak.

Optik impermeabilik $\eta_{ij} = (\epsilon_r^{-1})_{ij}$ uchun bevosita va fotoelastik hissalar:

$$\Delta \eta_{ij} = Q_{ijab} M_a M_b + p_{ijkl} u_{kl}^*. \quad (14)$$

$$\Delta \eta_{ij} = p_{ijkl} S_{klmn} \sigma_{mn} + Q_{ijab}^{\text{eff}} M_a M_b, Q_{ijab}^{\text{eff}} = Q_{ijab} - p_{ijkl} S_{klmn} \Lambda_{mnab}. \quad (15)$$

Erkin namunadan Q^{eff} topiladi. Q ni ajratish uchun deformatsiya va fotoelastik tenzor mustaqil o'lanadi. Barcha tenzorlar bir koordinata tizimida olinadi; $\Delta\varepsilon = -\varepsilon^{(0)}\Delta\eta\varepsilon^{(0)}$. Antiferromagnitda boshqa tartib parametrlarining ruxsat etilgan bilinearlari ham qo'shiladi.

Kompleks dielektrik tenzor va spektral javob

$\hat{\mathbf{D}}$ — jami elektr dipol operatori. Muvozanatdagi barcha tartiblangan n, m juftliklari uchun [1, 2]:

$$\chi_{ij}^{(e)}(\omega) = \frac{1}{\varepsilon_0 V} \sum_{n,m} \frac{(p_n - p_m)(D_i)_{nm}(D_j)_{mn}}{E_m - E_n - \hbar\omega - i\hbar\gamma_{nm}}. \quad (16)$$

$\gamma_{nm} > 0$ — relaksatsiya tezligi; yig'indi rezonans va antirezonans o'tishlarni qamrab oladi. Maydon sathlar, bandlik va matritsa elementlarini o'zgartiradi.

$$\varepsilon_{r,ij}(\omega) = \delta_{ij} + \chi_{ij}^{(e)}(\omega) = \delta_{ij} + \frac{i\sigma_{ij}^{\text{opt}}(\omega)}{\varepsilon_0\omega}. \quad (17)$$

Fon dielektrik hissasi (17) da ikki marta sanalmaydi. Chastotada yetarlicha kamayuvchi sababiy komponent uchun:

$$\text{Re}\chi_{ij}(\omega) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im}\chi_{ij}(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega'. \quad (18)$$

$\mathcal{P}$ — bosh qiymat. Cheklangan spektr uchun o'lchanmagan sohalar va nol chastotadagi maxsus hissalar baholanadi. Onsager munosabati [3]:

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{B}, Q) = \varepsilon_{ji}(\omega, -\mathbf{k}, -\mathbf{B}, -Q). \quad (19)$$

Q barcha vaqtga toq tartib parametrlaridir; maydon bilan domen ham mos teskari aylantiriladi. Tabiiy optik faollik uchun $\mathbf{k}$ ga bog'liqlik saqlanadi.

$$\varepsilon_{ij}^S = \frac{\varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ji}}{2}, \varepsilon_{ij}^A = \frac{\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji}}{2} = ie_{ijk}g_k. \quad (20)$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(0)} + ie_{ijk}K_{ka}M_a + G_{ijab}M_aM_b + R_{ijkl}u_{kl} + \dots. \quad (21)$$

e_{ijk} — Levi-Civita belgisi, g_k — kompleks giratsiya. (21) magnitlanish bilan tasvirlanuvchi holat uchun; boshqa tartiblarda qo'shimcha invariantlar zarur. Kubik simmetriya natijalari [9] barcha kristallarga ko'chirilmaydi.

Faraday Kerr va Voigt effektlarining o'lchov modeli

Bir jinsli muhitda $\mu_r \simeq 1$ va optik magnitoelektrik aralash hadlar kichik bo'lganda normal modalar:

$$\det[n^2(\delta_{ij} - \hat{k}_i\hat{k}_j) - \varepsilon_{ij}] = 0. \quad (22)$$

Umumiy modalar elliptik. Aylana modali maxsus bo'ylama geometriyada:

$$\varepsilon_{\perp} = \begin{pmatrix} \varepsilon & ig \\ -ig & \varepsilon \end{pmatrix}, \mathbf{e}_{\pm} = \frac{\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}, n_{\pm}^2 = \varepsilon \mp g. \quad (23)$$

$$\theta_F = \frac{\omega d}{2c} (n_- - n_+), \frac{E_y}{E_x} = \tan\theta_F, \theta_F \simeq \text{Re}\theta_F, \eta_F \simeq \text{Im}\theta_F. \quad (24)$$

(24): kirish qutblanishi x bo'ylab, bir martalik tarqalish, chegara ta'siri tuzatilgan; kichik elliptiklik belgisi $\text{Im}(E_y/E_x)$ bilan belgilanadi. $|g| \ll |\varepsilon|$ da:

$$\theta_F \simeq \frac{\omega d}{2c} \operatorname{Re} \frac{g}{\sqrt{\varepsilon}}, \alpha_{\pm} = \frac{2\omega}{c} \operatorname{Im} n_{\pm}. \quad (25)$$

$$V_F(\lambda_0, T) = \frac{1}{d} \frac{\partial \theta_F}{\partial B_{\text{ref}}} \Big|_{B_{\text{ref}}=0}, \theta_F \simeq V_F B_{\text{ref}} d. \quad (26)$$

B_{ref} — aniq kalibrlangan maydon; zarur bo'lsa (1) bilan tuzatiladi. (26) fon ayirilgan qaytuvchi chiziqli intervalga tegishli; to'yinishda yagona doimiy yetarli emas.

$$\rho_K = \frac{r_{yx}}{r_{xx}}, \theta_K \simeq \operatorname{Re} \rho_K, \eta_K \simeq \operatorname{Im} \rho_K (|\rho_K| \ll 1). \quad (27)$$

r_{yx}, r_{xx} bir laboratoriya bazisidagi qaytish amplitudalari; sirt, burchak va qatlamlar hisobga olinadi. Katta nisbatda to'liq Stokes/ellipsometrik model kerak.

$$\Delta n_V = n_{\parallel} - n_{\perp}, \delta_V = \frac{\omega d}{c} \operatorname{Re} \Delta n_V, \Delta \alpha_V = \frac{2\omega}{c} \operatorname{Im} \Delta n_V. \quad (28)$$

Voigt geometriyasida maydon nurga ko'ndalang; δ_V — faza kechikishi. Kvadratiklik faqat mos simmetriya va analitik kichik maydon rejimida. Tabiiy ikki nur sindirish va (15) hissasi ajratiladi.

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = J_{\text{out}} J_{\text{sample}} J_{\text{in}} \mathbf{E}_{\text{in}}, \mathbf{S}_{\text{out}} = \mathcal{M} \mathbf{S}_{\text{in}}. \quad (29)$$

Jones tavsifi kogerent depolarizatsiyasiz signalga, Mueller tavsifi depolarizatsiyaga ham mos. Qatlamlar va qaytishlar Berreman usulida hisoblanadi [10]. Matritsalar kommutativ emas; kalibrlash [11] va dekompozitsiya [12] zarur.

2-jadval. Tashqi ta'sir va uning magnit hamda optik kanallari

Ta'sir	Modelda o'zgaruvchi hissa	Magnit kuzatiluvchi	Optik kuzatiluvchi	Ajratish tajribasi
H	Zeeman, domenlar, magnit tartib	$M(H), \chi, H_c, M_r$	$\theta_F, \rho_K, \Delta n_V$	Ikki yo'nalishli skan; optik fon
T	Bandlik, almashinish korrelyatsiyasi, relaksatsiya	$M(T), \chi(T)$	Rezonans siljishi, kengligi, aylanish	Isitish–sovitish; termik muvozanat
p	Hajm, kristall maydoni, almashinish	$\partial M / \partial p$	Spektr va tenzorining bosim hosilasi	Kamera foni; gidrostatiklik; qalinlik
σ_{ij}	Anizotropiya va magnitoelastiklik	Yo'nalishli javob, magnetostriksiya	Fotoelastik va magnit hissalar	Deformatsiya va optik javobni birga o'lchash
E	Qutblanish, ruxsat etilgan aralash bog'lanish	$\partial M / \partial E_i$	Elektrooptik va aralash kanal	$\pm E, \pm H$; tok va temperatura
Optik impuls	Bandlik, tashuvchilar, issiqlik va kogerent uyg'otish	$\Delta M(t)$	Vaqtli aylanish va qaytish	Fluens, qutblanish, termik nazorat

Aniqlanishi kerak bo'lgan parametrlar va tajriba ketma ketligi

Namuna fazasi, tarkibi, kristall va magnit simmetriyasi, orientatsiyasi hamda geometriyasi avval aniqlanadi.

3-jadval. Mikroskopik va makroskopik parametrlarni aniqlash matritsasi

Parametr	Mazmun va birlik	Asosiy tajriba	Birgalikdagi cheklov
B_{kq}	Kristall maydoni energiyalari; J yoki eV	Optik, EPR yoki neytron spektroskopiyasi	Sath energiyasi bilan o'tish qutblanishini birga moslashtirish
g_{ij}	Effektiv Zeeman tenzori; o'lchamsiz	Burchakka bog'liq EPR va sath ajralishi	Orientatsiya, multiplet va almashinish ta'siri
$J_{ab}, D_{ab}, \Gamma_{ab}$	Izotrop va anizotrop almashinish; J	Magnit spektr, yo'nalishli magnitometriya	Faqat bitta Curie–Weiss qiyaligidan barcha bog'larni topib bo'lmaydi
C_{ijkl}, S_{ijkl}	Elastik qattqlik Pa; moslashuvchanlik Pa^{-1}	Ultratovush, yuk–deformatsiya	Kristall o'qlari va mexanik chegaraviy shart
Λ_{ijab}	(11) dagi bog'lanish; $\text{Pa m}^2 \text{A}^{-2}$	Magnitostriksiya va kuchlanish ostida magnitometriya	Elastik tenzor va magnitlanish mustaqil kerak
p_{ijkl}	Deformatsion fotoelastik tenzor; o'lchamsiz	Nazoratli yuklash va polarimetriya	Kuchlanish koeffitsiyenti bilan adashtirmaslik
$E_m - E_n, \gamma_{nm}$	O'tish energiyasi J; kenglik tezligi s^{-1}	Spektral yutilish, emissiya, ellipsometriya	Asbob kengligi, temperatura va bir-birini qoplagan chiziqlar
D_{nm}	Elektr dipol matritsa elementi; C m	Mutlaq intensivlik va qutblanish spektri	Sath bandligi, faol markazlar soni, seleksiya qoidalari
K_{ij}, G_{ijab}	(21) da m/A va m^2/A^2	Burchak, maydon va spektr bo'yicha polarimetriya	Magnitlanish normallanishi va bilvosita deformatsiya
$\varepsilon_{ij}(\omega)$	Kompleks optik tenzor; o'lchamsiz	Bir nechta geometriyadagi ellipsometriya	Qalinlik, sirt, dispersiya va sababiylik

Simmetriya taqiqlagan va ma'lumot sezmaydigan parametrlar erkin moslashtirilmaydi. Nol maydon optikasi hamda asbob kalibrlangach, turli orientatsiyalarda magnit, optik va mexanik kanallar birgalikda o'lchanadi.

$$y_{\text{odd}}(H) = \frac{y(H)-y(-H)}{2}, \Delta y_{\text{even}}(H) = \frac{y(H)+y(-H)}{2} - y(0). \quad (30)$$

(30) bir xil tarixli qaytuvchi holatlarni ajratadi: toq kanalga oynalar, juft kanalga qizish va deformatsiya ham kiradi. Paritet mikroskopik mexanizmni o'zi isbotlamaydi; gisterezis tarmoqlari ajratiladi.

$$\hat{y}_{\text{odd}} = \frac{y_+(t_1)+y_+(t_4)-y_-(t_2)-y_-(t_3)}{4}. \quad (31)$$

Teng vaqtli $+H, -H, -H, +H$ ketma-ketligi chiziqli driftni kamaytiradi; muvozanat va maydon almashishidagi qizish nazorat qilinadi.

$$y_{HE} = \frac{y(H,E)-y(-H,E)-y(H,-E)+y(-H,-E)}{4}. \quad (32)$$

Analitik kichik maydonlarda $y_{HE}/(HE)$ aralash hosilaga intiladi. Tok, kontakt, qizish va elektr maydon keltirgan deformatsiya alohida nazorat qilinadi.

4-jadval. O'lchov protokoli va natijani qabul qilish mezonlari

Bosqich	Qayd etiladigan ma'lumot	Nazorat	Qabul qilish mezonlari
Namuna	Tarkib, faza, orientatsiya, o'lcham va sirt	Difraksiya va tarkib tekshiruv	Modeldagi simmetriya va namuna holati mos
Kalibrlash	Maydon, temperatura, qalinlik, qutblanish	Etalon, bo'sh tutqich va bo'sh optik yo'l	Kalibrlash noaniqligi yakuniy hisobga kiradi
Magnit skan	M va maydonning ikki yo'nalishli skani	Tutqich foni, ichki maydon va kutish vaqti	Qaytuvchi interval yoki tarmoqlar aniq ajratilgan
Optik skan	Aylanish, elliptiklik, o'tish/qaytish	Oynalar, to'liq uzunligi, tushish burchagi	Bitta parametrlar to'plami bir nechta kanalni tavsiflaydi
Mexanik ta'sir	Deformatsiya, yuk, bosim va optik javob	Gidrostatiklik, qisqich va kamera foni	Bilvosita hissa mustaqil cheklangan
Elektr ta'sir	Maydon, oqish toki, vaqt va temperatura	Maydon pariteti va chastota skani	Aralash signal termik/kontakt ta'siridan ajratilgan
Birgalikdagi inversiya	Parametrlar, kovariatsiya va qoldiqlar	Boshlang'ich nuqtalar, profil va nazorat ma'lumoti	Barqaror interval; tushuntirilmagan tizimli qoldiq yo'q
Mustaqil tekshiruv	Moslashtirishga kiritilmagan orientatsiya yoki spektr	Oldindan hisoblangan signal	Noaniqlik doirasida yangi ma'lumot bilan moslik

Teskari masala va parametrlarning aniqlanuvchanligi

θ — fizik, ν — qalinlik, orientatsiya va kalibrlash kabi yordamchi parametrlar.

Birgalikdagi model:

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}(\theta, \nu; \mathbf{x}) + \epsilon, \text{Cov}(\epsilon) = C_y. \quad (33)$$

$$(\hat{\theta}, \hat{\nu}) = \text{argmin}_{\theta, \nu} (\mathbf{y} - \mathbf{F})^T C_y^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{F}). \quad (34)$$

C_y korrelyatsiyali xatolarni ham qamraydi. Yordamchi parametrlarning mustaqil o'lovchov noaniqligi modelga kiritiladi.

$$J_{\alpha\alpha} = \frac{\partial F_a}{\partial \theta_\alpha}, J_{\alpha\beta} = (J^T C_y^{-1} J)_{\alpha\beta}, \text{Cov}(\hat{\theta}) \simeq J^{-1}. \quad (35)$$

(35) lokal chiziqlashtirish, mos shovqin va aniqlanuvchanlikda o'rinli. Yordamchi parametrlar uchun samarali informatsiya:

$$J_{\theta\text{eff}} = J_{\theta\theta} - J_{\theta\nu} J_{\nu\nu}^{-1} J_{\nu\theta}. \quad (36)$$

Sezgirliklar fizik masshtablar bilan normallanadi. Kichik singulyar qiymatlar degeneratsiyani bildiradi; lokal to'liq rang global yagonalikni isbotlamaydi. Ko'p boshlang'ich nuqta va profil tekshiruvi kerak [5]:

$$\chi^2_{\text{prof}}(a) = \min_{\theta: \theta_j = a, \nu} \chi^2(\theta, \nu). \quad (37)$$

Cheklanmagan profil uchun aniq nuqta bahosi o'rniga aniqlangan kombinatsiya yoki bir tomonlama chegara beriladi.

5-jadval. Parametrlar aralashishi va uni bartaraf etuvchi axborot

Kuzatilgan qonun	Aslida topiladigan kattalik	Yagona aniqlanmaydigan qism	Zarur mustaqil axborot
$\theta/d = C_M M + C_H H,$ $M = \chi H$	$C_M \chi + C_H$	C_M va C_H alohida	Ustunlar proporsionalligini buzuvchi rejim va asoslangan spektral model
$\delta = (2\pi/\lambda_0) d \Delta n$	$d \Delta n$; faza davri noaniqligi	d va Δn	Mustaqil qalinlik; ko'p to'lqin uzunligi
$\Delta \eta = Q M^2 + p u,$ $u \propto M^2$	Q^{eff}	Bevosita va fotoelastik hissa	Deformatsiya hamda fotoelastik tenzor
Bir yo'nalishli magnitometriya	$e_i \chi_{ij} e_j$	To'liq qabul qiluvchanlik tenzori	Mustaqil orientatsiyalar; ko'ndalang moment
Bitta intensivlik kanali	Amplituda va fazaning cheklangan kombinatsiyasi	Kompleks optik tenzor	To'liq polarimetriya va spektr

Kuzatilgan qonun	Aslida topiladigan kattalik	Yagona aniqlanmaydigan qism	Zarur mustaqil axborot
Bosim ostidagi aylanish	Optik koeffitsiyent, qalinlik va kamera hissasi	Sof $\partial g_i / \partial p$	Bosimga bog'liq qalinlik va kamera foni
Vaqtli $\Delta\theta(t)$	Magnit, termik va elektron optik javob yig'indisi	Sof $\Delta M(t)$	Qaytish, termik kalibrlash va fluens skani

$M = \chi H$ va $\chi = \text{const}$ bo'lsa, bir xil intervalga nuqta qo'shish C_M, C_H ni ajratmaydi; mustaqil sezgirlik beruvchi rejim kerak.

$$u^2(V_F) = (\nabla_z V_F)^T C_z (\nabla_z V_F), \mathbf{z} = (\theta_F, B_{\text{ref}}, d, \dots). \quad (38)$$

$u(V_F)$ — standart noaniqlik. Verdet koeffitsiyenti bir nechta maydon nuqtasining qiyaligidan olinadi; takrorlash umumiy kalibrlash xatosini bartaraf etmaydi.

Tashqi ta'sirlarga hosilaviy sezgirlik va dinamik chegaralar

$\mathcal{R} = \text{Re}(n_- - n_+)$, $x = T, p$ va o'zgarmas optik chastotada:

$$\frac{\partial \theta_F}{\partial x} = \frac{\omega}{2c} \left[d \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial x} + \mathcal{R} \frac{\partial d}{\partial x} \right]. \quad (39)$$

(39) dagi qalinlik hosilasi termik kengayish yoki siqilish hissasini saqlaydi.

Vaqtga bog'liq zichlik matritsasi va kichik optik og'ish:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{\mathcal{H}}(t), \hat{\rho}] + \mathcal{L}[\hat{\rho}], M_i(t) = \frac{1}{V} \text{Tr}(\hat{\rho} \hat{m}_i). \quad (40)$$

$$\Delta\theta(t) = \frac{\partial \theta}{\partial M_i} \Delta M_i(t) + \frac{\partial \theta}{\partial T} \Delta T(t) + \frac{\partial \theta}{\partial u_{ij}} \Delta u_{ij}(t) + \dots \quad (41)$$

$\mathcal{L}$ iz va fizik zichlik matritsasini saqlovchi relaksatsiya operatoridir. (41) kichik differensiallanuvchi og'ishlar uchun; kuchli uyg'otishda muvozanatdagi $\theta \propto M$ kalibrlashi buzilishi mumkin.

6-jadval. Nazariy yaqinlashuvlarning amal qilish chegaralari

Yaqinlashuv	Zarur shart	Buzilish belgisi	Kerakli kengaytma
Lokal multiplet	Ajratilgan sathlar va asoslangan operator proyeksiyasi	Zona yoki qo'shni multiplet hissasi sezilarli	Kengroq bazis yoki zona modeli
Chiziqli javob	Og'ish yetarlicha kichik, tanlangan holat barqaror	Qiyalik amplitudaga bog'liq, garmonika yoki sakrashlar	Nochiziqli hadlar va faza/domen modeli
Oddiy Faraday formulasi	Aylana xos modalar, tuzatilgan chegaralar	Kirish qutblanishiga kuchli bog'liqlik	To'liq Jones yoki Berreman masalasi
Jones tavsifi	Kogerent va depolarizatsiyasiz signal	Qutblanish darajasi kamayadi	Mueller modeli va fazoviy o'rtachalash

Yaqinlashuv	Zarur shart	Buzilish belgisi	Kerakli kengaytma
Elastik minimallashtirish	Harmonik, kichik va erkin moslasha oladigan deformatsiya	Mahkamlash, plastik yoki katta deformatsiya	Haqiqiy chegaraviy shart va nochiziqli elastiklik
Muvozanat hosilasi	Bir xil barqaror tarmoq, yetarli kutish vaqti	Tarixga bog'liqlik va kechikish	Kinetika, domenlar va tarmoqlarni ajratish
Gauss lokal kovariatsiyasi	Yetarli sezgirlik va lokal kvadratik minimum	Cho'zilgan yoki ko'p cho'qqili parametr sohasi	Profil, qayta namunalar yoki to'liq ehtimollik modeli

Nazariy natijalar va muhokama

(12)–(15) bevosita va deformatsion optik hissalar aralashishini, (33)–(37) parametrlar ajralishi mustaqil sezgirlikka bog'liqligini ko'rsatadi. (19), (30), (32) paritet kanallarini belgilaydi, ammo mexanizmni mustaqil tasdiqlamaydi. Jadvallar nazariy-uslubiy matritsalar; eksperimental sonlar keltirilmagan. Model moslashtirishga kiritilmagan orientatsiya yoki spektr bilan tekshiriladi.

Xulosa

Zarur kattaliklar — simmetriya, ichki maydon, energiya spektri, optik va elastik tenzorlar, geometriya hamda mexanik shartlar. Ular magnitometriya, spektroskopiya, polarimetriya va deformatsiya o'lchovidan birgalikda aniqlanadi. Koeffitsiyentlar birlik, noaniqlik va amal qilish oralig'i bilan beriladi; mustaqil mexanik ma'lumotsiz kvadratik optik koeffitsiyent samarali kattalik bo'lib qoladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Kubo R. Statistical-Mechanical Theory of Irreversible Processes. I. General Theory and Simple Applications to Magnetic and Conduction Problems. Journal of the Physical Society of Japan. 1957;12:570–586. DOI: <https://doi.org/10.1143/JPSJ.12.570>
2. Argyres P. N. Theory of the Faraday and Kerr Effects in Ferromagnetics. Physical Review. 1955;97:334–345. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRev.97.334>
3. Onsager L. Reciprocal Relations in Irreversible Processes. II. Physical Review. 1931;38:2265–2279. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRev.38.2265>
4. Higo T., Man H., Gopman D. B. va boshqalar. Large magneto-optical Kerr effect and imaging of magnetic octupole domains in an antiferromagnetic metal. Nature Photonics. 2018;12:73–78. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41566-017-0086-z>
5. Raue A., Kreutz C., Maiwald T., Bachmann J., Schilling M., Klingmüller U., Timmer J. Structural and practical identifiability analysis of partially observed dynamical models by exploiting the profile likelihood. Bioinformatics. 2009;25:1923–1929. DOI: <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/btp358>

6. Aharoni A. Demagnetizing factors for rectangular ferromagnetic prisms. Journal of Applied Physics. 1998;83:3432–3434. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.367113>
7. Stevens K. W. H. Matrix Elements and Operator Equivalents Connected with the Magnetic Properties of Rare Earth Ions. Proceedings of the Physical Society A. 1952;65:209–215. DOI: <https://doi.org/10.1088/0370-1298/65/3/308>
8. Moriya T. Anisotropic Superexchange Interaction and Weak Ferromagnetism. Physical Review. 1960;120:91–98. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRev.120.91>
9. Hamrlová J., Legut D., Veis M., Pištora J., Hamrle J. Principal spectra describing magnetooptic permittivity tensor in cubic crystals. Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2016;420:143–151. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2016.07.020>
10. Berreman D. W. Optics in Stratified and Anisotropic Media: 4×4-Matrix Formulation. Journal of the Optical Society of America. 1972;62:502–510. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSA.62.000502>
11. Compain E., Poirier S., Drevillon B. General and self-consistent method for the calibration of polarization modulators, polarimeters, and Mueller-matrix ellipsometers. Applied Optics. 1999;38:3490–3502. DOI: <https://doi.org/10.1364/AO.38.003490>
12. Lu S.-Y., Chipman R. A. Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition. Journal of the Optical Society of America A. 1996;13:1106–1113. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.13.001106>