

GISTEREZIS TIPIDAGI ELASTIK DISSIPATIV XARAKTERISTIKALI MEXANIK SISTEMALARNI EKVIVALENT CHIZIQLILASHTIRISH

ЭКВИВАЛЕНТНАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С
УПРУГИМИ ДИССИПАТИВНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ
ГИСТЕРЕЗИСНОГО ТИПА

EQUIVALENT LINEARIZATION OF MECHANICAL SYSTEMS WITH
HYSTERESIS-TYPE ELASTIC DISSIPATIVE CHARACTERISTICS

¹⁾*M.U.Xodjabekov*, ²⁾*J.N.Kuljonov*

¹⁾*Mirzo Ulug'bek nomidagi Samarqand davlat texnika universiteti;*

²⁾*Samarqand davlat pedagogika instituti.*

Annotatsiya. Ushbu ishda materiallarning Pisarenko-Boginich gipotezasi orqali ifodalangan gisterezis tipidagi elastik dissipativlik xossalarini ifodalovchi chizliqlimaslikni ekvivalent chiziqlilashtirish masalasi va sonli tahlili qaralgan. Ekvivalent chiziqlilashtirish usuli chiziqlimas masalani soddalashtirish bilan birga, materialning elastik-dissipativ xossalarini yetarli aniqlikda tavsiflash imkonini berishi ko'rsatilgan. Gisterezis tuguni hosil qilangan va xulosalar olingan.

Kalit so'zlar. Chiziqlilashtirish, gisterezis, tebranishlar, amplituda, deformatsiya.

Аннотация. В данной работе рассматриваются задача эквивалентной линеаризации и численный анализ нелинейности, характеризующей упругие диссипативные свойства материалов гистерезисного типа, выраженные посредством гипотезы Писаренко–Богинича. Показано, что метод эквивалентной линеаризации не только упрощает нелинейную задачу, но и позволяет с достаточной точностью описать упруго-диссипативные свойства материала. Сформирован гистерезисный узел и получены соответствующие выводы.

Ключевые слова: линеаризация, гистерезис, колебания, амплитуда, деформация.

Abstract. This paper considers the problem of equivalent linearization and numerical analysis of the nonlinearity describing the hysteresis-type elastic dissipative properties of materials expressed through the Pisarenko–Boginich hypothesis. It is shown that the equivalent linearization method not only simplifies the nonlinear problem but also makes it possible to describe the elastic-dissipative properties of the material with sufficient accuracy. A hysteresis node is formed, and the corresponding conclusions are obtained.

Keywords: linearization, hysteresis, vibrations, amplitude, deformation.

Kirish. Materiallarda energiyaning tarqalish jarayoni o'zining murakkab fizik tabiati bilan tavsiflanadi. Xususan, tebranish jarayonlarini tahlil qilish va amaliy masalalarni yechishda energiya yo'qotilishini hisobga olish zarur bo'lib, bunda jarayonga sezilarli ta'sir ko'rsatuvchi asosiy omillarni ajratib ko'rsatish muhim ahamiyat kasb etadi. Shu sababli, bugungi kunda materiallarda energiya tarqalishining fizik mohiyatini izohlovchi turli nazariy yondashuvlar asosida noelastik qarshilik kuchlarining analitik modellari ishlab chiqilgan. Mazkur modellar energiya dissipatsiyasini inobatga olgan holda elastik materiallarning tebranish jarayonlarini hisoblash va tahlil qilish uchun nazariy asos vazifasini bajaradi. Ilmiy adabiyotlarda noelastik qarshilik kuchlarini tavsiflovchi bir qator gipotezalar taklif etilgan [1-3].

Materiallarning elastiklik dissipativlik xossalarini ifodalovchi gisterezis tipidagi xarakteristikalarining chiziqlimas bog'lanishlari Pisarenko-Boginich gipotezasi orqali ifodalangan hollarni ko'rib chiqamiz. Bu gipotezaga asosan kuchlanish va deformatsiya orasidagi bo'lanishlar quyidagicha ifodalaniladi [2]:

n juft bo'lganda,

$$\vec{\sigma}(\xi) = E \left[\xi \pm a_1 \left(\xi_a \mp n\xi - \frac{\xi^n}{\xi_a^{n-1}} \right) \right], \quad (1)$$

n toq bo'lganda,

$$\vec{\sigma}(\xi) = E \left[\xi \pm a_2 \left(\xi_a \mp (n+1)\xi - \frac{\xi^{n+1}}{\xi_a^n} \right) \right], \quad (2)$$

bunda E – elastiklik moduli; ξ – nisbiy deformatsiya; ξ_a – deformatsiya amplitudasi; n – gisterezis tuguniga bog'liq bo'lgan parametr, o'ng tomon ($\rightarrow$) ga yo'nalgan strelka va ishoralarning yuqoridagisi gisterezis tugunining chiqishdagi shoxchasiga, chap tomonga ($\leftarrow$) yo'nalgan strelka va ishoralarning pastdagisi esa tushishdagi shoxchasiga mos keladi; a_1, a_2 – aniqlanishi talab etiladigan parametrlar:

Kuchlanishlar va deformatsiyalarning yuqorida keltirilgan ifodasidan uning tarkibiga kiruvchi parametrlar orasidagi chiziqlimas bog'lanishlarning ko'rinishi hisoblashlarning talab qilingan aniqligiga ta'sir qilishini uning ifodasidan ko'rish mumkin.

(1) va (2) bog'lanishlarning qo'llanilishi sistema tebranishlarining muhandislik hisoblashlarini etarlicha murakkablashtiradi. (1) va (2) bog'lanishlarning quyidagi shartlarni qanoatlantirishini ko'rish qiyin emas:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\vec{\sigma}}{d\xi} \right)_{\xi=\xi_a} &= \left(\frac{d\vec{\sigma}}{d\xi} \right)_{\xi=-\xi_a}; \\ \left(\frac{d\vec{\sigma}}{d\xi} \right)_{\xi=-\xi_a} &= \left(\frac{d\vec{\sigma}}{d\xi} \right)_{\xi=\xi_a}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\left(\frac{d\vec{\sigma}}{d\xi}\right)_{\xi=-\xi_a} = \left(\frac{d\vec{\sigma}}{d\xi}\right)_{\xi=\xi_a} = E.$$

(1) va (2) bog'lanishlardagi a_1 va a_2 parametrlarni aniqlash uchun material hajmi birligida tebranish siklida energiya tarqalishini xarakterlovchi gisterezis tugunlarining yuzalarini topamiz.

$$\Delta W = \int_{-\xi_a}^{\xi_a} \vec{\sigma} d\xi - \int_{-\xi_a}^{\xi_a} \tilde{\sigma} d\xi. \quad (4)$$

(4) ish ifodasiga (1) kuchlanish va deformatsiya orasidagi bog'lanishni qo'ysak

$$\Delta W_{n=2k} = \int_{-\xi_a}^{\xi_a} \vec{\sigma} d\xi - \int_{-\xi_a}^{\xi_a} \tilde{\sigma} d\xi = \frac{4n}{n+1} a_1 E \xi_a^2. \quad (5)$$

(4) ish ifodasiga (2) kuchlanish va deformatsiya orasidagi bog'lanishni qo'ysak

$$\Delta W_{n=2k+1} = \int_{-\xi_a}^{\xi_a} \vec{\sigma} d\xi - \int_{-\xi_a}^{\xi_a} \tilde{\sigma} d\xi = \frac{4n}{n+2} a_2 E \xi_a^2. \quad (6)$$

$\delta = \frac{\bar{\psi}}{2}$ tebranish dekrementi tebranishlarning bitta siklida tarqalgan energiya miqdorini materialda yig'iladigan potensial energiya miqdorining amplituda qiymati orqali ifodalash mumkin:

$$\Delta W = \bar{\psi} = 2\delta \frac{E \xi_a^2}{2} = \delta E \xi_a^2. \quad (7)$$

(7) va (5) ifodalarning o'ng tomonlarini tenglashtirib

$$a_1 = \frac{n+1}{4n} \delta. \quad (8)$$

(7) va (6) ifodalarning o'ng tomonlarini tenglashtirib

$$a_2 = \frac{n+2}{4(n+1)} \delta. \quad (9)$$

(8) va (9) ifodalarni mos ravishda (1) va (2) bog'lanishlarga qo'yib, quyidagi ifodalarni hosil qilamiz:

n juft bo'lganda,

$$\vec{\sigma}(\xi) = E \left[\xi \pm \frac{n+1}{4n} \delta(\xi_a) \left(\xi_a \mp n\xi - \frac{\xi^n}{\xi_a^{n-1}} \right) \right]. \quad (10)$$

n toq bo'lganda,

$$\vec{\sigma}(\xi) = E \left[\xi \pm \frac{n+2}{4(n+1)} \delta(\xi_a) \left(\xi_a \mp (n+1)\xi - \frac{\xi^{n+1}}{\xi_a^n} \right) \right]. \quad (11)$$

(10) va (11) bog'lanishlarni ekvivalent chiziqlashtirish maqsadida ularni umumiy ko'rinishda quyidagicha yozamiz:

$$\vec{\sigma}(\xi) = E \left[\xi + \varepsilon \overleftrightarrow{\Phi}(\xi) \right], \quad (12)$$

bunda $\varepsilon \overleftrightarrow{\Phi}(\xi)$ - materialning nomukammalligini xarakterlovchi bir qiymatli chiziqlimas funksional, ε - kichik parameter.

$\varepsilon \overleftrightarrow{\Phi}(\xi)$ materialning nomukammalligini xarakterlovchi bir qiymatli chiziqlimas funksional (10) va (11) bog'lanishlar uchun mos ravishda quyidagicha bo'ladi:

n juft bo'lganda,

$$\varepsilon \overleftrightarrow{\Phi}(\xi) = \pm \frac{n+1}{4n} \delta(\xi_a) \left(\xi_a \mp n\xi - \frac{\xi^n}{\xi_a^{n-1}} \right). \quad (13)$$

n toq bo'lganda,

$$\varepsilon \overleftrightarrow{\Phi}(\xi) = \pm \frac{n+2}{4(n+1)} \delta(\xi_a) \left(\xi_a \mp (n+1)\xi - \frac{\xi^{n+1}}{\xi_a^n} \right). \quad (14)$$

Gisterezis tipidagi sistemalarni tebranishlarini o'rganishda $\varepsilon \overleftrightarrow{\Phi}(\xi)$ bir qiymatli bo'lmagan chiziqlimas funksiyanal quyidagicha ko'rinishdagi chiziqli ifoda bilan almashtiriladi [2]:

$$\varepsilon R(\xi) = -q_1 \xi + q_2 \dot{\xi}, \quad (15)$$

bunda q_1, q_2 chiziqlilashtirish (linearizasiya) koeffitsientlari.

Olingan (15) ifoda gisterezis tipidagi sistemalarning ekvivalent chiziqli modeli hisoblanadi.

Xulosa. Olingan ifoda yordamida gisterezis tipidagi sistemalarning chiziqlimas tavsifi ekvivalent chiziqli model bilan almashtiriladi. Bunday yondashuv murakkab tebranish jarayonlarini matematik jihatdan soddalashtirish va ularni analitik usullar yordamida tadqiq etish imkonini beradi. Chiziqlilashtirish koeffitsientlari q_1 va q_2 mos ravishda sistemaning elastik hamda dissipativ xususiyatlarini ekvivalent tarzda ifodalaydi. Natijada gisterezis hodisasi ta'sirini hisobga olgan holda tebranishlarning amplituda, chastota va ustuvorlik xususiyatlarini aniqroq baholash mumkin bo'ladi. Ushbu usul hisoblash jarayonining murakkabligini sezilarli darajada kamaytiradi hamda muhandislik masalalarini yechish imkonini beradi.

Adabiyotlar:

1. Давиденков Н.Н. О рассеянии энергии при вибрациях. //Журн. тех. физики.- 1938.-Вып.6.-С. 483-499.
2. Писаренко Г.С., Богинич О.Е. Колебания кинематически возбуждаемых механических систем с учетом диссипации энергии.-К.:Наук. думка, 1981. – с. 220.
3. Павловский М.А., Рыжков Л.М., Яковенко В.Б., Дусматов О.М. “Нелинейные задачи динамики виброзащитных систем.” – К.: Техника, 1997. – с. 204.
4. Павловский М.А., Рыжков Л.М. Об эквивалентной линеаризации при решении задач колебаний механических систем гистерезисного типа. // Пробл. прочности. №4. (1987). – с. 105-109.