СТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ РЕАЛЬНОГО ГАЗА В РЕЛЬЕФНОМ ГАЗОПРОВОДЕ С ПЕРЕМЕННЫМ ДИАМЕТРОМ: БАРОМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА И ПОСТПЕРЕВАЛЬНЫЙ РЕЖИМ

Мамадалиев Х.А., Ачилова Ш.О.

ТУИТ имени Мухамада ал-Хоразмий, Ташкент,

Республиканская специализированная художественная школа имени Бенькова

x.mamadaliyev@tuit.uz

shoiraoltiboyevna90@gmai.com

Аннотация. Рассмотрена стационарная задача о течении реального (сверхсжимаемого) газа по рельефному газопроводу с гладко изменяющейся площадью поперечного сечения. На основе квазиодномерных уравнений Н.Е. Жуковского получены барометрическая формула для покоящегося газа и обыкновенное дифференциальное уравнение для давления при постоянном массовом расходе, найден критический уклон трассы, при котором давление вдоль участка не меняется. Предложена явная конечно-разностная схема, результаты которой отличаются от аналитического решения не более чем на 1 %. Расчёты для горизонтальных, наклонных, V-образных и криволинейных трасс при диаметрах 0,8–2 м и массовых расходах 250 и 350 кг/с выявили три предельных энергетических состояния течения и постперевальный режим, при котором давление растёт по ходу потока.

Ключевые слова: магистральный газопровод, реальный газ, переменный диаметр, уклон трассы, барометрическая формула, постперевальный режим, численный метод.

Abstract. The steady-state flow of a real (supercompressible) gas in an uneven pipeline with a smoothly varying cross-sectional area is studied. A barometric formula for the gas at rest and an ordinary differential equation for pressure at constant mass flow rate are derived from the quasi-one-dimensional Zhukovsky equations, and the critical route

slope at which the pressure is constant along the section is found. An explicit finite-difference scheme is proposed; it agrees with the analytical solution within 1 %. Computations for horizontal, inclined, V-shaped and curvilinear routes reveal three limiting energy states of the flow and a post-pass regime in which pressure increases downstream.

Keywords: gas pipeline, real gas, variable diameter, route slope, barometric formula, post-pass regime, numerical method.

1. Введение

Магистральные газопроводы большой протяжённости проходят по пересечённой местности, поэтому профиль трассы и изменение диаметра по длине заметно влияют на распределение давления, пропускную и аккумулирующую способность участка. На стадии проектирования сетей газопроводов обычно пользуются аналитическими решениями или аппроксимационными формулами в стационарной постановке. Практикуется разбиение участка на зоны с определённым диаметром и фиксированным уклоном трассы; для таких зон известны расчётные формулы. Однако в них давление определяется по неявной зависимости, что затрудняет работу пользователей. В результате учёт переменного диаметра и переменного уклона становится отдельной расчётной задачей.

Особый интерес представляет случай, когда на нисходящем участке трассы часть потенциальной энергии гравитации расходуется на преодоление силы трения, а остальная накапливается в виде потенциальной энергии сжатия газа, и давление растёт по ходу потока. Такой режим течения называют постперевальным. Цель настоящей работы – построить для рельефного газопровода с гладко изменяющимся диаметром численный метод расчёта стационарного состояния, не требующий решения неявных уравнений, и с его помощью выяснить, при каких сочетаниях диаметра, массового расхода и профиля трассы возникает постперевальный режим. Полученные распределения давления служат также начальными условиями при решении нестационарных задач.

2. Математическая модель

Газодинамическое состояние элементарного участка газопровода с переменной площадью поперечного сечения $f(x)$ описывается квазиодномерными уравнениями Н.Е. Жуковского с поправками и дополнениями:

$$-f\,\partial p/\partial x = f\rho\,\partial u/\partial t + (\lambda f/2D)\,\rho u|u| + f\rho g\,\sin\alpha + (1+\beta)\,f\rho u\,\partial u/\partial x, \qquad (1a)$$

$$-f\,\partial p/\partial t = c^2\,\partial(\rho u f)/\partial x. \qquad (1b)$$

Здесь t – время; x – продольная координата; p, ρ, u – средние в сечении давление, плотность и скорость газа; λ – коэффициент сопротивления в формуле Дарси–Вейсбаха, зависящий от шероховатости трубы и режима течения; D – диаметр; g – ускорение свободного падения; $\alpha(x)$ – угол наклона трассы к горизонту; β – поправка Кориолиса, возникающая при переходе от трёхмерной задачи к квазиодномерному описанию. Температура газа T считается постоянной, деформацией стенки пренебрегается. Давление и плотность связаны уравнением состояния реального газа $p = \rho z R T$, а скорость распространения малых возмущений давления равна

$$c = \sqrt{zRT} = const, \qquad (2)$$

где z – среднее значение коэффициента сверхсжимаемости, R – удельная газовая постоянная транспортируемого газа. В расчётах принято $T = 300$ К, $z = 0{,}92$, $c = 378{,}2$ м/с.

3. Стационарная задача

3.1. Покоящийся газ: барометрическая формула

Пусть $u = 0$. Тогда, согласно уравнению (1b), давление не зависит от времени, а из (1a) остаются два члена: $\mathrm{d}p/\mathrm{d}x = -\rho g\,\sin\alpha$. Учитывая, что $\rho = p/c^2$ и $\sin\alpha = \mathrm{d}z/\mathrm{d}x$, где $z(x)$ – нивелирная высота оси газопровода, после интегрирования от 0 до x получаем барометрическую формулу с учётом реальных свойств газа:

$$p(x) = p_0\,\exp\{-(g/c^2)[z(x) - z(0)]\}, \qquad (3)$$

где p_0 – давление на входе участка в начале процесса. Формула (3) используется как начальное условие задачи о пуске участка в работу и как эталон для проверки численных результатов.

3.2. Постоянный массовый расход

Во втором варианте участок работает в стационарном режиме с постоянным массовым расходом $\rho u f = M = \text{const}$. В этом случае давление изменяется только по длине. Исключая из (1a) плотность и скорость, получаем уравнение относительно давления:

$$\mathrm{d}p/\mathrm{d}x = [f^2 p^3 g \sin\alpha / c^2 + (\lambda/2D)\, M^2 c^2 p] \,/\, (M^2 c^2 - f^2 p^2). \qquad (4)$$

Знаменатель в (4) отрицателен при дозвуковом течении ($u < c$). Для типичных скоростей транспорта газа (порядка 10 м/с при $c \approx 378$ м/с) величина $f^2 p^2$ примерно в 10^3 раз превышает $M^2 c^2$, поэтому при $\sin\alpha = 0$ уравнение (4) приводит к параболическому закону $p^2(x) \approx p_0^2 - \lambda M^2 c^2 x/(Df^2)$, и кривые давления в горизонтальном трубопроводе являются фрагментами квадратичной параболы.

Из постоянства массового расхода следует, что скорость газа обратно пропорциональна произведению площади сечения на давление:

$$u(x) = Mc^2 \,/\, (f(x)p(x)). \qquad (5)$$

Поэтому по графикам давления можно судить и о качественном изменении скорости по длине участка, а при локальном изменении диаметра скорость изменяется обратно пропорционально площади сечения, т.е. примерно как D^{-2}.

Приравнивая нулю числитель, находим критический уклон трассы, при котором сила трения полностью компенсируется силой тяжести и давление вдоль участка постоянно:

$$\sin\alpha_{\text{кр}} = -(\lambda/2D) \cdot M^2 c^4 \,/\, (f^2 p_0^2 g). \qquad (6)$$

При уклоне, меньшем критического (трасса опускается круче), правая часть меняет знак, и давление растёт вниз по потоку – возникает постперевальный режим.

3.3. Численный метод

Для использования результатов в качестве начального условия нестационарных задач перейдём к безразмерным переменным: давление и длину отнесём к характерному давлению p_* и длине участка l. Уравнение принимает вид

$$\mathrm{d}\bar{p}/\mathrm{d}\bar{x} = l\,(r_1\bar{p}^3 + r_2\bar{p}) / (r_3 - \bar{p}^2), \qquad (7)$$

$r_1 = g\sin\alpha/c^2$, $r_3 = M^2c^2/(f^2p_*^2)$, $r_2 = \lambda r_3/(2D)$. Уравнение (7) аппроксимируется явной схемой, расчёт ведётся по рекуррентной формуле

$$\bar{p}_{*\mathrm{j}*} = \bar{p}_{*\mathrm{j}*-1} + hl\,[(r_1)_{*\mathrm{j}*}\,\bar{p}_{*\mathrm{j}*-1}^3 + r_2\bar{p}_{*\mathrm{j}*-1}] / (r_3 - \bar{p}_{*\mathrm{j}*-1}^2), \qquad (8)$$

где h – безразмерный шаг по длине. В пределах зоны постоянного диаметра коэффициенты r_2 и r_3 постоянны; при переменном уклоне значение $\sin\alpha$ в узлах определяется линейной интерполяцией. При построении графиков использовались результаты в каждой десятой точке.

Сравнение расчётов с шагами h и $h/2$ показало, что измельчение шага уточняет давление в узлах менее чем на 1 %. Примерно такова же разница между аналитическим решением (3) и численным решением по формуле (8). Таким образом, метод (8) позволяет рассчитывать участок газопровода с переменной нивелирной высотой и гладким изменением диаметра без обращения к неявным формулам.

4. Вычислительный эксперимент

Расчёты проводились для длин участка L = 1000, 10 000 м (случаи с вставкой переменного диаметра) и 50 км (остальные случаи), диаметров D = 0,8; 1; 1,2; 1,5 и 2 м, массовых расходов M = 250 и 350 кг/с, входного давления 5,6 МПа, T = 300 К, c = 378,2 м/с, z = 0,92. Рассматривались четыре типа трасс: горизонтальная; с постоянным уклоном; V-образная; криволинейная.

V-образная трасса состоит из двух прямолинейных звеньев, начинается и заканчивается на нулевой высоте; в точке излома значение sinα принимается равным нулю. Параметры таких трасс для случая излома на расстоянии 40 км от входа (участок 50 км) приведены в табл. 1; при отрицательных значениях высоты излома H трасса имеет не «долину», а «холм».

Таблица 1. Параметры V-образных трасс (излом на 40 км от входа)

Высота излома H, км	**1,5**	**1**	**0,5**	**0**	**−0,5**	**−1**	**−1,5**
sinα первого звена	0,0375	0,025	0,0125	0	−0,0125	−0,025	−0,0375
sinα второго звена	−0,15	−0,1	−0,05	0	0,05	0,1	0,15

Криволинейная трасса (рис. 1) задаётся кусочно-синусоидальной функцией: от нуля в сечении $x = 0$ нивелирная высота синусоидально снижается до 0,5 в сечении 0,2l; далее до 0,3l идёт горизонтальный участок; затем следует синусоидальный спуск до наибольшей глубины 1 в сечении 0,6l, после чего трасса синусоидально поднимается до нуля. Синус уклона получается из отношения ординаты к абсциссе, умноженного на безразмерный множитель, который может быть положительным, отрицательным или нулевым.

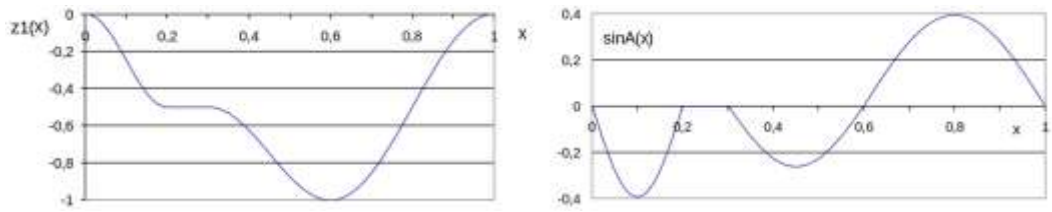

Рис. 1. Модельная криволинейная трасса $z_1(x)$ (слева) и синус уклона sin$\alpha(x)$ (справа) для области 1×1

Вставка переменного диаметра. На рис. 2а показаны распределения скорости газа на участке длиной 10 км с основным диаметром 1 м и вставкой диаметром 0,8;

1; 1,2; 1,5 и 2 м в промежутке 2–8 км при входном давлении 5,6 МПа и расходе 250 кг/с. При скачкообразном увеличении диаметра скорость уменьшается, при уменьшении – увеличивается: на основном участке она составляет около 8,1 м/с, во вставке диаметром 2 м – около 2 м/с, во вставке диаметром 0,8 м – около 12,7 м/с, что согласуется с зависимостью $u \propto D^{-2}$, следующей из (5). Вследствие большого диаметра участка вставка практически не влияет на перепад давления, а варьирование параметров трассы приводит лишь к малым изменениям профиля скорости.

Покоящийся газ и V-образные трассы. На рис. 2б приведено барометрическое изменение давления в покоящемся газе при различных постоянных уклонах. На горизонтальной трассе давление постоянно; при положительных значениях $\sin\alpha$ давление падает, при отрицательных – возрастает. Для V-образных трасс (рис. 3) на графиках давления наблюдается излом при переходе от одного уклона к другому, причём конечное давление первого звена служит входным для второго. По физике процесса давление в концах такой трассы должно совпадать; в расчётах расхождение оказалось пренебрежимо малым, что служит дополнительной проверкой точности метода. При течении газа (рис. 3б) излом графиков давления также возникает в точке излома трассы: справа и слева от неё графики являются фрагментами решений для разных постоянных уклонов. При перемещении точки излома давление в конце участка практически не меняется.

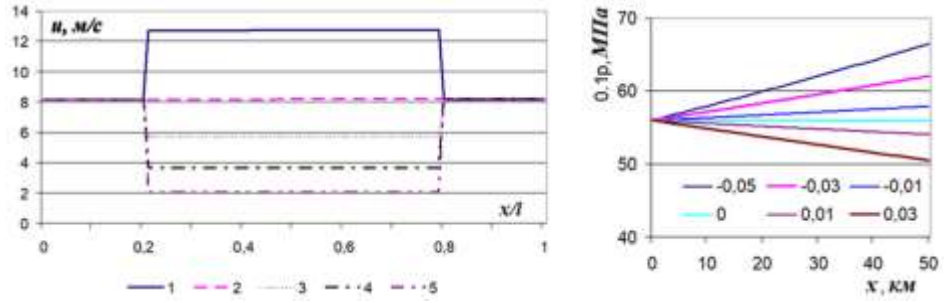

Рис. 2. (а) Скорость газа при диаметре 1 м и вставках 0,8 (1), 1 (2), 1,2 (3), 1,5 (4) и 2 м (5) в промежутке 2–8 км; (б) барометрическое изменение давления в покоящемся газе при постоянных уклонах трассы $\sin\alpha$ от −0,05 до 0,03

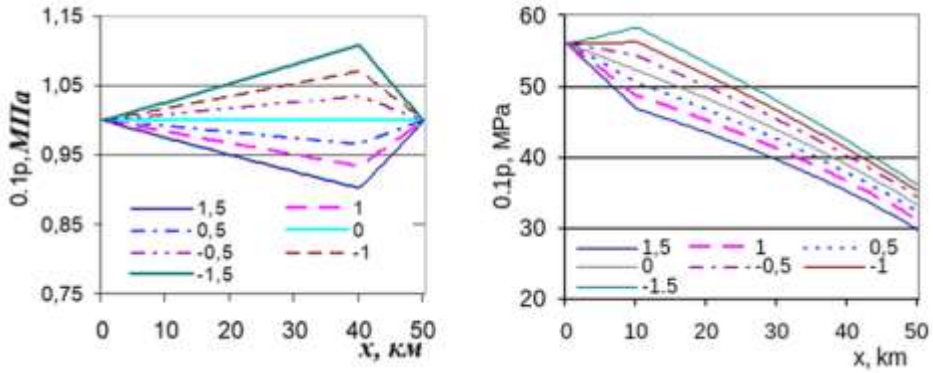

Рис. 3. V-образные трассы: (а) барометрическое изменение давления в покоящемся газе (нормировано на входное значение); (б) давление при течении газа с изломом трассы на 10 км, различные значения параметра излома (1,5…−1,5)

Горизонтальный и рельефный участки. На рис. 4а приведены изменения давления по горизонтальному трубопроводу длиной 50 км при различных диаметрах. Входное давление недостаточно для диаметров 0,8 и 1,0 м: кривые давления доходят до нуля, не достигнув конца участка. С увеличением расхода кривые давления «поворачиваются» по ходу часовой стрелки вокруг точки на входе, т.е. при одинаковых диаметрах давление убывает интенсивнее; при уменьшении расхода наблюдается обратный эффект. Для нисходящего участка с уклоном, меньшим критического, постперевальный режим возникает при всех диаметрах, кроме малого диаметра 0,8 м.

Для криволинейных трасс давление определяется в основном профилем трассы (рис. 4б): в зависимости от диаметра и расхода кривые давления повторяют рельеф с различной глубиной просадки, а при малом диаметре давления на входе не хватает для транспортировки заданного расхода. Расчёты по переменному уклону показали, что для каждого набора исходных данных (профиль трассы, диаметр, расход, давление) следует выполнять отдельный расчёт.

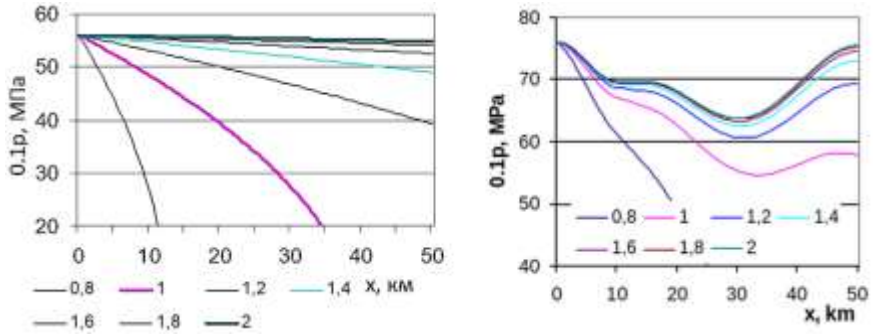

Рис. 4. (а) Давление по длине горизонтального участка при диаметрах 0,8–2 м; (б) давление по длине рельефного участка при различных диаметрах (по оси ординат – 0,1p, МПа)

5. Энергетические режимы течения

Результаты стационарных расчётов позволяют выделить в газопроводах большого диаметра с постоянным уклоном три предельных энергетических состояния течения. При подъёме газа по вертикали ($\sin\alpha = 1$) потеря давления наибольшая, так как требуется максимальная дополнительная энергия. При уменьшении уклона от вертикального до критического значения (включая горизонтальный участок) интенсивность убывания давления вниз по потоку уменьшается и стремится к нулю; при критическом уклоне (6) давление постоянно, поскольку сила трения компенсируется силой тяжести. При дальнейшем уменьшении уклона вплоть до вертикального спуска ($\sin\alpha = -1$) образуется постперевальный режим: часть потенциальной энергии гравитации расходуется на преодоление трения, остальная накапливается в виде энергии сжатия газа. Наибольшее путевое возрастание давления наблюдается в предельном случае вертикального спуска.

Из (6) при фиксированных λ и p_0 следует, что $|\sin\alpha_{кр}|$ растёт пропорционально M^2 и убывает как D^{-5}. Поскольку постперевальный режим возможен лишь при $|\sin\alpha_{кр}| \le 1$, он наблюдается в трубопроводах достаточно большого диаметра при умеренных расходах и исчезает при уменьшении диаметра (в расчётах – при $D = 0{,}8$ м) или росте расхода. Приведённые результаты относятся к развитому режиму обтекания шероховатости (квадратичному закону сопротивления); аналогичным способом

можно показать, что постперевальный режим имеет место и при остальных гидродинамических режимах течения, но граница его наступления зависит от режима. При путевом изменении уклона трассы возможны переход от обычного энергетического режима к постперевальному и обратный переход; в таких случаях состояние газопровода необходимо анализировать описанным выше способом.

С практической точки зрения полученные результаты означают следующее. Во-первых, на нисходящих участках трассы падение давления по формулам, не учитывающим рельеф, может быть существенно завышено: давление способно не убывать, а возрастать, что необходимо учитывать при выборе мест установки компрессорных станций и при оценке аккумулирующей способности участка. Во-вторых, формула (6) даёт быстрый способ проверить, возможен ли постперевальный режим для заданных диаметра, расхода и давления, ещё до выполнения полного расчёта по схеме (8). В-третьих, поскольку для каждого набора исходных данных на рельефной трассе возможны переходы между обычным и постперевальным режимами, расчёт по предложенному методу целесообразно выполнять для всей трассы с учётом её фактического профиля.

6. Заключение

1. Для реального газа в рельефном газопроводе с переменной площадью сечения получена барометрическая формула (3) и уравнение (4) для давления при постоянном массовом расходе; найден критический уклон трассы (6).

2. Разработана явная схема (8) расчёта стационарного состояния; её результаты отличаются от аналитического решения и от решения на более мелкой сетке менее чем на 1 %.

3. Показано, что вставка локально изменённого диаметра в трубопровод большого диаметра практически не влияет на перепад давления, но заметно меняет скорость газа на участке вставки.

4. Выявлены три предельных энергетических состояния течения и постперевальный режим; граница его возникновения определяется критическим уклоном, пропорциональным M^2/D^5, поэтому режим наблюдается при достаточно больших диаметрах и умеренных расходах и исчезает при малых диаметрах. Постперевальный режим существует при всех гидродинамических режимах течения, но граница его наступления зависит от режима.

Литература

1. Селезнев В.Е., Алешин В.В., Прялов С.Н. Математическое моделирование магистральных трубопроводных систем: дополнительные главы. – М.: МАКС Пресс, 2009. – 356 с.

2. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. – М.: Недра, 1975. – 296 с.

3. Хужаев И.К. Развитие математических моделей диффузионного горения и транспортировки газа по трубопроводу: дисс. … д-ра техн. наук. – Ташкент, 2009. – 336 с.

4. Бобровский С.А., Щербаков С.Г., Гусейн-заде М.А. Движение газа в газопроводах с путевым отбором. – М.: Наука, 1972. – 193 с.

5. Хужаев И.К., Мамадалиев Х.А., Равшанов Ш.А., Хасанов М.А. Постперевальный режим при стационарном функционировании магистральных газопроводов // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – Ташкент, 2023. – № 2 (47). – С. 54–63.